**Analiza Algoritmilor**

**Test 1**

**Seria CA - 11.12.2014**

1. (2p)   
   a) Fie predicatele: A, B și C : R → {0, 1}. Știind că A este decidabil, A v ~B este nedecidabil și C v B este semidecidabil, ce puteți spune despre predicatul A v C?

b) Ce puteți spune despre decidabilitatea următoarei variante a problemei corepondențelor lui Post,denumită *k-PCP*?

Se dau 2 liste ce conțin fiecare câte n cuvinte formate cu caractere din același alfabet Σ (|Σ| > 1), X = <x1, x2, …, xn> și W = <w1, w2, …, wn>, și un număr natural k. Există un șir format din cel mult k indici din mulțimea {1..n}, care eventual se pot repeta, i1, i2, …, ij (j ≤ k) astfel încât xi1xi2… xij == wi1wi2… wij ?

1. (2p) Calculați limite asimptotice cât mai strânse pentru:
2. n log(n)  + Θ(2n) = …
3. ( ω(g(n)) + Θ(g(n)) ) \ o(g(n)) = …
4. (1.4p) Scrieti un algoritm recursiv (folosind tehnica Divide et Impera) care găsește maximul dintre numerele pare aflate într-un vector de numere naturale. Determinați relatia de recurență corespunzătoare. (1p + 0.4p)
5. (2p) Rezolvați următoarele recurențe folosind o metodă la alegere. Cel puțin una dintre recurențe trebuie rezolvată folosind metoda substituției (doar pentru limita superioară).

a. T(n) = 2 \* T(n/8) + n sqrt(n)

b. T(n) = 3 \* T(sqrt(n)) + log(n)

c. T(n) = T(n/2) + T(n/4) + n2

1. (1.5p) Enuntați cazul 2 al teoremei Master. După aceea, folosiți una dintre celelalte metode studiate pentru a demonstra acest rezultat. (0.5p + 1p)
2. (2.1p) Găsiți o funcție de pontențial potrivită pentru un heap binar, astfel încât operația de eliminare a rădăcinii (cu refacerea aferentă a heap-ului) să aibă cost amortizat O(1). După aceea, calculați costurile amortizate pentru ștergerea rădăcinii heap-ului, respectiv pentru inserarea unui element nou în heap. Ce concluzie puteți trage? (1p + 1p + 0.1p)

*Hint! Funcția potențial trebuie să cuantifice atât numărul de noduri din heap, cât și modul în care sunt așezate acestea în cadrul heap-ului (de exemplu, pentru a face diferența între rădăcină și alt nod).*